

Hong Kong Mathematics Olympiad (1993 – 94)

Final Event – Sample (Group)

香港數學競賽 (1993 – 94)

決賽項目－樣本 (團體)

- (i) If $x * y = xy + 1$ and $a = (2 * 4) * 2$, find a .

$a =$

若 $x * y = xy + 1$ ，且 $a = (2 * 4) * 2$ ，求 a 。

- (ii) If the b^{th} prime number is a , find b .

$b =$

若第 b 個質數為 a ，求 b 。

- (iii) If $c = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{50}\right)$, find c in the simplest fractional form.

$c =$

若 $c = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{50}\right)$ ，試以最簡單之分數表 c 。

- (iv) If d is the area of a square inscribed in a circle of radius 10, find d .

$d =$

一正方形內接於一個半徑為 10 之圓。若正方形之面積為 d ，求 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1993 – 94)

Final Event 6 (Group)

香港數學競賽 (1993 – 94)

決賽項目 6 (團體)

- (i) If $\log_2 a - 2\log_a 2 = 1$, find a .

$a =$

若 $\log_2 a - 2\log_a 2 = 1$ ，求 a 。

- (ii) If $b = \log_3 [2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1]$, find b .

$b =$

若 $b = \log_3 [2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1]$ ，求 b 。

- (iii) If a 31-day month is taken at random, find c , the probability that there are 5 Sundays in the month.

$c =$

若任意選擇一個有三十一日的月份，求該月有五個星期天的機率 c 。

- (iv) A group of 5 people is to be selected from 6 men and 4 women. Find d , the number of ways that there are always more men than women.

$d =$

從六名男士及四名女士中選出五人，組成一組。若其間共有 d 種選法，使男士必多於女士，求 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1993 – 94)

Final Event 7 (Group)

香港數學競賽 (1993 – 94)

決賽項目 7 (團體)

- (i) There are a zeros at the end of the product $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 100$. Find a .

$a =$

在 $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 100$ 的積數中，最末的 a 個位都是 0。求 a 。

- (ii) Find b , if b is the remainder when 1998^{10} is divided by 10^4 .

$b =$

1998^{10} 除以 10^4 ，所得餘數為 b ，求 b 。

- (iii) Find the largest value of c , if $c = 2 - x + 2\sqrt{x-1}$ and $x > 1$.

$c =$

若 $c = 2 - x + 2\sqrt{x-1}$ 且 $x > 1$ ，求 c 之最大值。

- (iv) Find the least value of d , if $\left| \frac{3-2d}{5} + 2 \right| \leq 3$.

$d =$

若 $\left| \frac{3-2d}{5} + 2 \right| \leq 3$ ，求 d 的最小值。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1993 – 94)

Final Event 8 (Group)

香港數學競賽 (1993 – 94)

決賽項目 8 (團體)

- (i) From 1 to 121, there are a numbers which are multiples of 3 or 5. Find a .

$a =$

由 1 至 121, 有 a 個數是 3 或是 5 的倍數。求 a 。

- (ii) From 1 to 121, there are b numbers which are not divisible by 5 or 7. Find b .

$b =$

由 1 至 121, 有 b 個數不能被 5 或 7 整除。求 b 。

From the digits 1, 2, 3, 4, when each digit can be used repeatedly, 4-digit numbers are formed. Find

用 1、2、3、4 這四個數字, 而每個數字均可重複使用, 則可組成一些 4 位數。求

- (iii) c , the number of 4-digit numbers that can be formed.

$c =$

共可組成的 4 位數的個數 c 。

- (iv) d , the sum of all these 4-digit numbers.

$d =$

所組成的 4 位數的總和 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1993 – 94)

Final Event 9 (Group)

香港數學競賽 (1993-94)

決賽項目 9 (團體)

A, B, C, D are different integers ranging from 0 to 9 and

A、B、C、D 為由 0 至 9 間的不同整數，而

$$\begin{array}{r} A B A \\ \times A B A \\ \hline C C D C C \end{array}$$

Find A , B , C , D .

求 A 、 B 、 C 、 D 。

A =

B =

C =

D =

Hong Kong Mathematics Olympiad (1993 – 94)

Final Event 10 (Group)

香港數學競賽 (1993 – 94)

決賽項目 10 (團體)

In rectangle $ABCD$, $AD = 10$, $CD = 15$, P is a point inside the rectangle such that $PB = 9$, $PA = 12$. Find

在長方形 $ABCD$ 中， $AD = 10$ ， $CD = 15$ ， P 為長方形內一點，使 $PB = 9$ ， $PA = 12$ 。求

- (i) a , the length of PD and

PD 之長 a ，及

$a =$

- (ii) b , the length of PC .

PC 之長 b 。

$b =$

- (iii) It is given that $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$. Find c , if

已知 $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ 。求 c ，若

$c =$

$$c = \frac{\sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ}{\sin 160^\circ}$$

- (iv) It is given that $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$. Find d , if

已知 $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ ，求 d ，若

$d =$

$$d = (1 + \tan 21^\circ)(1 + \tan 22^\circ)(1 + \tan 23^\circ)(1 + \tan 24^\circ)$$